

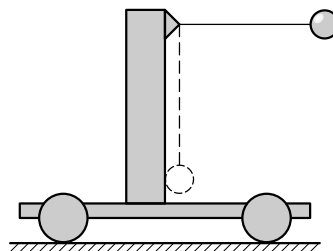
Úlohy 1. kola 55. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Kyvadlo na vozíku

Na vodorovných kolejničkách se nachází vozík o hmotnosti M . Na vozík zavěsíme kyvadlo tvořené nití zanedbatelné hmotnosti a kuličkou o hmotnosti m , a vychýlíme je o úhel 90° (obr. 1). Součet délky závěsu a poloměru kuličky je l . Po uvolnění kulička narazí dokonale nepružně do vozíku.

- Určete změnu polohy Δx a pohybový stav vozíku po dokonale nepružném nárazu kyvadla do vozíku. Zdůvodněte.
- Určete největší velikost V rychlosti vozíku vzhledem k zemi.
- Určete velikost F tahové síly působící na nit bezprostředně před nárazem.



Obr. 1

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $l = 0,20 \text{ m}$, $M = 4m$.

2. Plyn ve válci s pístem a pružinou

Ve válcové nádobě s malým otvorem v horní podstavě je volně pohyblivým pístem zanedbatelné hmotnosti uzavřen ideální dvouatomový plyn. Uvnitř nádoby nad pístem je tlačná pružina o tuhosti k . V počátečním stavu má plyn objem V_0 , tlak p_0 a teplotu T_0 , píst se nachází ve výšce h nad dnem nádoby, mezi horním koncem pružiny a horním víkem je též vzdálenost h (obr. 2). Nyní plyn zahřejeme tak, že se jeho objem ztrojnásobí.

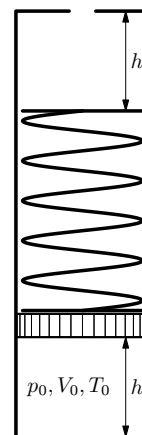
- Určete konečný tlak p_1 a konečnou teplotu T_1 .
- Určete práci W' , kterou plyn při rozpínání vykonal.
- Určete teplo Q , které plyn přijal.

Ideální plyn s dvouatomovými molekulami má vnitřní energii

$$U = \frac{5}{2}nRT.$$

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty

$$p_0 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_0 = 1,50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, T_0 = 293 \text{ K}, \\ h = 0,120 \text{ m}, k = 3\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$



Obr. 2

3. Hod míčkem

Honza se snaží přehodit míčkem zeď, která má výšku $H = 5,0$ m. Stojí přitom ve vzdálenosti $L = 4,0$ m před zdí a míček pouští ve chvíli, kdy je jeho ruka ve výšce $h = 2,0$ m nad zemí.

- Jakou počáteční rychlostí v_0 musí Honza hodit míček, aby přeletěl zeď, má-li její velikost v_0 být co nejmenší? Jaký musí přitom zvolit elevační úhel α_0 ?
- Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti za zdí dopadne takto vržený míček na zem?
- Jaká bude velikost rychlosti dopadu v_1 a úhel dopadu α_1 ?
- Určete polohu nejvyššího bodu trajektorie.

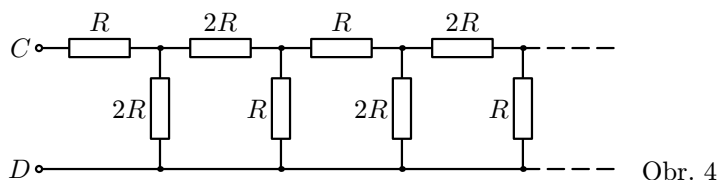
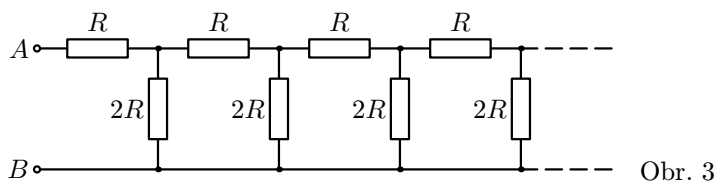
Tloušťku zdi, průměr míčku a odpor vzduchu zanedbejte.

Poznámka: Řešitelům doporučujeme studijní text *Vrhy* (knihovnička FO č. 56).

4. Nekonečné sítě

Vypočtete elektrické odpory R_{AB} , R_{CD} nekonečných sítí znázorněných

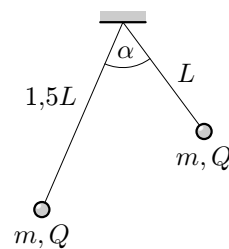
- na obr. 3, b) na obr. 4.



5. Nabité kuličky

Dvě stejné kuličky zanedbatelných rozměrů, každá o hmotnosti $m = 0,10$ g, jsou zavěšeny v témže bodě na tenkých nevodivých vláknech různých délek a nabitý stejným nábojem Q . Jedno vlákno má délku $L = 10$ cm, druhé délku $1,5L$ a navzájem svírají úhel $\alpha = 60^\circ$ (obr. 5). Určete:

- velikost náboje kuliček,
- velikosti sil, které napínají vlákna.



6. Praktická úloha: Voltampérová charakteristika žárovky

Úkoly:

- a) Proměřte pečlivě voltampérovou charakteristiku žárovky na malé napětí, tj. závislost $I = I(U)$ a ověřte, že splňuje tzv. „třipětinový zákon“

$$I \approx C \cdot U^{\frac{3}{5}}, \quad (1)$$

kde C je konstanta dané žárovky. Ověření proveďte programem Excel 1) lineární regresí, 2) mocninnou regresí naměřených hodnot.

- b) Odvoďte vztah (1) z poznatků, že odpor R wolframového vlákna je přibližně přímo úměrný jeho termodynamické teplotě T a zářivý tok (zářivý výkon) žárovky Φ je podle Stefanova-Boltzmannova zákona přímo úměrný čtvrté mocnině termodynamické teploty vlákna. Platí tedy

$$R = AT, \quad \Phi = BT^4,$$

kde A a B jsou pro danou žárovku konstanty.

Pomůcky: žárovka na malé napětí (např. 6 V/0,2 A; 24 V/0,1 A apod.), napájecí zdroj, reostat, voltmetr, ampérmetr, spojovací vodiče

Poznámky ke zpracování výsledků měření programem Excel:

- 1) Pro použití *lineární regrese* linearizujeme mocninnou závislost $I = CU^n$ přechodem k číselným hodnotám a logaritmováním, čímž dojdeme ke vztahu

$$\log\{I\} = \log\{C\} + n \log\{U\}.$$

Tabulku naměřených hodnot proudu a napětí doplníme o sloupce logaritmu:

$\frac{U}{V}$	$\frac{I}{mA}$	$\log\{U\}$	$\log\{I\}$

Kurzorem označíme sloupce s hodnotami $\log\{U\}$ a $\log\{I\}$ a z nabídky *Graf* zvolíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů), čímž se zobrazí soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolíme *Přidat spojnicí trendu* a vybereme *Typ trendu a regrese lineární*. Tím se zobrazí přímka, která proloží zobrazené body v grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese* a *Hodnotu spolehlivosti*. Rovnice získané přímky se zobrazí ve tvaru $y = kx + q$, kde k je hledaný exponent ve vztahu (1). Číselnou hodnotu konstanty C dané žárovky určíme jako 10^q . Hodnota *koeficientu determinace* R^2 dává informaci o tom, do jaké míry skutečný průběh vyšetřované závislosti odpovídá hypotéze. Pokud se blíží k jedné, můžeme hypotézu považovat za potvrzenou.

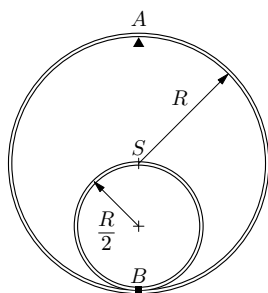
2) Pohodlněji zpracujeme naměřené hodnoty, jestliže použijeme první dva sloupce tabulky a zvolíme *Typ trendu a regrese mocinný*. Jinak postupujeme stejně jako při lineární regresi. Rovnice regrese bude mít tvar $y = Cx^n$, který odpovídá ověřovanému vztahu (1) a grafem je odpovídající křivka. Koefficient determinace vyjde stejný jako při lineární regresi.

7. Kmitání spojených obručí

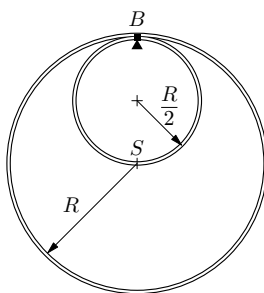
Uvnitř tenké kovové obruče o hmotnosti M a o poloměru R je v bodě B pevně připojena obruč s poloměrem $R/2$ o stejném obdélníkovém průřezu a ze stejného materiálu (obr. 6).

- Spojené obruče podepřeme v bodě A a mírně rozkmitáme (obr. 6).
- Spojené obruče podepřeme v bodě B a mírně rozkmitáme (obr. 7).
- Spojené obruče postavíme bodem B na vodorovnou podložku a mírně vychýlíme (obr. 8).

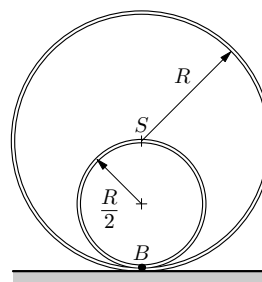
Jaké budou doby kmitu v jednotlivých případech? Řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $R = 30$ cm.



Obr. 6



Obr. 7



Obr. 8