

Úlohy 1. kola 55. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Dva automobily před přechodem pro chodce

Světelný semafor na přechodu pro chodce je nastaven tak, že s určitým zpožděním po stisknutí tlačítka chodcem se pro provoz vozidel rozsvítí po zelené na dobu 1,0 s žlutá, na dobu 14,0 s červená, na dobu 1,0 s žlutá a pak opět zelená. K přechodu přijížděly dva automobily ve dvou jízdních pružích vedle sebe rychlostí o velikosti 50 km/h. Oba začaly zpomalovat v okamžiku rozsvícení červené barvy. První automobil za dobu 7,0 s rovnoměrně zpomaleného pohybu snížil rychlost na 30 km/h a za další dobu 4,0 s rovnoměrně zpomaleného pohybu zastavil přesně na hranici přechodu. Druhý automobil rovnoměrně zpomaleným pohybem zmenšil rychlost za dobu 3,0 s na 20 km/h a poté se stále pohyboval rovnoměrně.

- Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase každého automobilu po dobu svícení červeného světla.
- Rozhodněte, na jakou barvu světla semaforu vjel druhý automobil na přechod.

2. Rozjezd vlaku do tunelu

Dva chlapci, David a Jakub, se zajímali o železnice. Pozorovali vlak stojící na semaforu, který se nacházel v jisté vzdálenosti před tunelem. Z délky vagónů a lokomotivy věděli, že délka celého vlaku je 270 m. David během rozjíždění vlaku naměřil čas posunutí vlaku z klidu o jeho vlastní délku 60 s. Jakub na svých stopkách zjistil, že vjezd do tunelu trval 36 s. Během celého pozorování se vlak rozjížděl rovnoměrně zrychleným pohybem.

- Z uvedených údajů postupnými výpočty určete velikost rychlosti, kterou měl vlak v okamžiku, kdy se celý ocitl v tunelu.
- Označme d délku vlaku, t_1 čas změřený Davidem, t_2 čas změřený Jakubem a v_2 hledanou rychlost. Úlohu a) vyřešte obecně a poté ve výsledném vzorci proveďte zkoušku z hlediska jednotek (tzv. rozměrovou zkoušku). Dosazením zkontrolujte číselný výsledek získaný v části a).

3. Kolotoč

Malý Pavlík o hmotnosti $m = 21 \text{ kg}$ sedí na kolotoči, který se otáčí rovnoměrně s periodou $T = 6,0 \text{ s}$. Poloměr kružnice, po které se pohybuje, je $r = 3,1 \text{ m}$.

- Určete velikost a_d dostředivého zrychlení.
- Určete velikost F_G tíhové síly a velikost F celkové síly, které na Pavlíka působí, a úhel α mezi těmito silami F_G a F .

- c) Kolotoč zastaví rovnoměrně zpomaleným pohybem za dobu $t = 9,0$ s. Určete velikost a_t tečného zrychlení během zastavování a úhel φ ve stupních, který Pavlík během zastavování kolotoče opíše.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

4. Bedna na nakloněné rovině

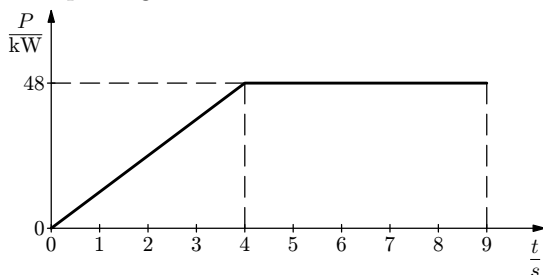
Dva brigádníci měli naložit na korbu automobilu ve výšce $h = 1,40$ m dřevěnou bednu o hmotnosti $m = 90$ kg a po dopravě do cílového místa ji opět složit. K naložení a ke složení měli k dispozici fošny délek $l_1 = 2,80$ m a $l_2 = 4,80$ m. Součinitel smykového tření mezi bednou a fošnou je $f = 0,45$.

- Kterou fošnu musí použít, aby bednu při nakládání na korbu vytlačili menší silou?
- Kterou fošnu musí použít, aby k vytlačení bedny vykonali menší práci?
- Stejným způsobem porovnejte velikosti sil a práci při skládání bedny.

Všechny závěry podložte výpočty.

5. Rozjezd automobilu s daným časovým průběhem výkonu

Automobil o hmotnosti $m = 1\,400$ kg se rozjíždí z klidu. Jeho okamžitý užitečný výkon závisí na čase podle grafu:



- Určete velikost v_1 rychlosti v čase $t_1 = 4,0$ s a velikost v_2 rychlosti v čase $t_2 = 9,0$ s. Využijte obsah plochy pod grafem.
- Do tabulky doplňte v jednotlivých časech kinetickou energii E_k automobilu a velikost v okamžité rychlosti. Poté sestrojte graf závislosti rychlosti na čase.

$\frac{t}{s}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{E_k}{kJ}$										
$\frac{v}{m \cdot s^{-1}}$										

- Rozhodněte, na kterém úseku byl pohyb automobilu rovnoměrně zrychlený, a určete velikost a jeho zrychlení. Na zbývajícím úseku určete průměrné

zrychlení a_p automobilu. Průměrným zrychlením rozumíme podíl přírůstku velikosti rychlosti a odpovídajícího časového intervalu.

6. Praktická úloha: Studium pohybu kuličky po nakloněné rovině.

Úkol: Určete velikost zrychlení pohybu kuličky po nakloněné rovině grafickou metodou.

Pomůcky: lišta se žlábkem, kulička, délkové měřidlo, stopky

Návod: Lištu délky aspoň 160 cm na jednom konci podložíme tak, aby doba proběhnutí kuličky po celé liště byla zhruba 3 s až 5 s. V dolní části lišty zvolíme pro všechna měření cílovou polohu a od ní naměříme úseky např. po 25 cm tak, aby se jich na délku lišty vešlo aspoň 6. Během měření budeme dráhu postupně o jeden úsek zvětšovat. Na každé dráze provedeme 5 měření časů, z nichž vypočteme aritmetický průměr. Ke stabilizaci kuličky na startu použijeme vhodné těleso, např. dřevěný kvádr ze stavebnice, které v okamžiku startu kuličky uvolníme. Čas průchodu kuličky cílem lze registrovat též použitím kvádrů na úrovni cílové čáry, kdy stopky stiskneme v okamžiku nárazu. Dráhy a časy zapíšeme do tabulky:

$\frac{s}{m}$	$\frac{t_1}{s}$	$\frac{t_2}{s}$	$\frac{t_3}{s}$	$\frac{t_4}{s}$	$\frac{t_5}{s}$	\bar{t} s	$\frac{v}{m \cdot s^{-1}}$
0	-	-	-	-	-	0	0
0,25							
0,50							
0,75							
1,00							
1,25							
1,50							

Zpracování výsledků: Pomocí počítačového programu Excel sestojíme graf závislosti okamžité rychlosti na uražené dráze. Nejprve vytvoříme tabulku a zapíšeme do ní naměřená data, tj. hodnoty dráhy s a naměřených časů t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 , a to včetně nulové dráhy. Do dalších dvou sloupců vložíme vzorec pro výpočet aritmetického průměru \bar{t} pěti naměřených časů a vzorec pro výpočet konečné okamžité rychlosti v z dráhy s a z průměrného času \bar{t} .

Kurzorem označíme dvojici sloupců s hodnotami \bar{t} a v a vložíme *Graf*. Zvolíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů), čímž se zobrazí soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolíme *Přidat spojnicí trendu* a vybereme *Typ trendu a regrese lineární*. V nabídce Možnosti volíme $y = 0$. Tím se zobrazí přímka vycházející z počátku, která proloží zobrazené body v grafu.

Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky. Ta se zobrazí ve tvaru $y = kx$, což je rovnice přímé úměrnosti s konstantou (směrnicí) k . Podle

rovnice $v = at$ je směrnice přímky hledaná velikost a zrychlení. Graf přeneseme do protokolu a zformulujeme závěr.

7. Dvě družice Země

Dvě družice A a B se pohybují po kruhových trajektoriích v rovině rovníku kolem Země. Družice A oběhne Zemi přesně 12krát za sluneční den (tj. přesně za 24 hodin), družice B přesně 13krát. Rovníkový poloměr Země je $R = 6378$ km. Hmotnost Země je $M = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg, gravitační konstanta $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N \cdot m² \cdot kg⁻².

- a) Která družice má větší úhlovou rychlost a která větší obvodovou rychlost? Zdůvodněte.
- b) Určete minimální a maximální vzdálenost mezi družicemi.
- c) Určete největší celočíselný počet oběhů, které může družice na kruhové trajektorii kolem Země za dobu 24 hodin vykonat, a odpovídající výšku h_1 nad zemským povrchem, jestliže tato výška z důvodu atmosféry nesmí být menší než 400 km.